



gd.elisiosilva.com

Sistema Diédrico (Dupla projecção Ortogonal)

Exercício 01 - Tema: Intersecções e Paralelismo

Considere os planos ω oblíquo e θ de topo. Determine os traços do plano α paralelo à recta i de intersecção dos planos ω e θ .

Dados

- o plano ω intersecta o eixo x num ponto com 6 cm de abcissa;
- os traços do plano ω fazem ângulos de 45° (a.d.) e de 60° (a.d.) com o eixo x , respectivamente, o traço frontal e o traço horizontal;
- o plano θ intersecta o eixo x num ponto com -8 cm de abcissa e faz um diedro de 30° (a.e.) com o plano horizontal de projecção;
- o plano α contém o ponto $P(-2; 0; 2)$ e o seu traço frontal faz um ângulo de 50° (a.d.) com o eixo x .

Exercício 02 - Tema: Perpendicularidade

Considere o plano θ ortogonal ao $\beta 1.3$. Determine os traços do plano α ortogonal ao plano θ .

Dados

- os pontos $A(4; 4; 3)$ e $B(-1; 1; -5)$ definem a recta r que pertence ao plano θ ;
- os planos θ e α intersectam o eixo x no mesmo ponto;
- o traço horizontal do plano α faz um ângulo de 45° (a.e) com o eixo x .

Exercício 03 – Tema: Projecções de um Polígono

Determinar as projecções de um rectângulo **[ABCD]** contido num plano de rampa.

Dados:

- o traço horizontal do plano tem 4 cm de afastamento;
- a diagonal **[AC]** é de perfil, mede 8 cm e os vértices **A** e **C** pertencem aos planos de projecção, respectivamente, plano horizontal e plano frontal;
- **B** é o vértice mais à direita e tem menor cota do que o vértice **D**;
- os lados maiores são duplos dos lados menores.



gd.elisiosilva.com

Exercício 04 – Tema: Problemas Métricos (ângulos)

Determine a verdadeira grandeza do ângulo entre uma recta vertical e o plano θ .

Dados:

- o plano θ está definido pelos pontos **A, B** e **C**.
- **A** (2; 0; 0); **B** (2; 6; 2); **C** (-6; -2; -6).

Exercício 05– Tema: Problemas Métricos (distâncias)

Determine as projecções do ponto **P** sabendo que a distância deste ponto aos pontos **A, B** e **C** é a mesma.

Dados:

- **A** (5; 0; 0); **B** (0; -1; 6); **C** (-2; 6; 1).
- o ponto **P** tem cota nula.

Exercício 06 – Tema: Sombras de Figuras planas

Numa folha de formato A4 represente as projecções de um triângulo **[RST]**
 Determine a sombra projectada nos planos de projecção pelo do triângulo.

Dados:

- **R** (9; 2; 4); **S** (2; 14; 0); **T** (-3; 2; 10).

Exercício 07– Tema: Paralelismo e Intersecções

Determine os traços do plano ω paralelo ao plano θ .

Dados:

- o plano θ está definido pelas rectas **r** e **s**;
- a recta **r** contém os pontos **R** (-4; -2; -3); **S** (2; 0; 0);
- as projecções da recta **s** são coincidentes com as projecções contrárias da recta **r**;
- a recta de intersecção do plano ω com o bissector dos diedros impares é uma recta de perfil passante;
- o plano ω contém o ponto **P** (-4; 2; 2).



gd.elisiosilva.com

Exercício 08– Tema: Paralelismo

Determine as projecções da recta **r** paralela ao plano ω .

Dados:

- o plano ω cruza o eixo num ponto com 3 cm de abcissa está definido pelos seus traços;
- os traços fazem com o eixo x ângulos de 45° (a.d.) e de 70° (a.d.), respectivamente, o traço frontal e o traço horizontal;
- a recta **r** é concorrente com o eixo num ponto com -3 cm de abcissa e a sua projecção horizontal faz um ângulo de 45° (a.d.).

Exercício 09 – Conteúdos: Paralelismo

Determine os traços do plano de rampa θ paralelo à recta de perfil **p**, **sem recorrer a processos geométricos auxiliares** (rebatimentos; rotações; mudança do diedro de projecção).

Dados:

- o plano θ contém o ponto **P** (-4; 3; 4)
- a recta de perfil **p** está definida pelos pontos **A** (2; -2; 1) e **B** (3; 3).

Exercício 10– Tema: Perpendicularidade

Determine os traços nos planos de projecção do plano ω ortogonal aos planos θ e β_{13} .

Dados:

- o plano θ intersecta o eixo x num ponto com abcissa nula e os seus traços fazem com este eixo ângulos de 80° (a.e.) e de 45° (a.d.), respectivamente, o traço frontal e o traço horizontal;
- o plano ω intersecta o eixo x num ponto com 4 cm de abcissa.



gd.elisiosilva.com

Exercício 11– Tema: Perpendicularidade

Determine os traços nos planos de projecção do plano θ ortogonal à recta r .

Dados:

- os traços da recta r nos planos de projecção têm 2 cm de abcissa e -2 cm de abcissa, o traço horizontal e o traço frontal respectivamente;
- a recta r é paralela ao β_{24} e a sua projecção horizontal faz um ângulo de 80° (a.e.) com o eixo;
- o plano θ contém o ponto A (0; 7; 5)

Exercício 12 – Tema: Perpendicularidade

Determine os traços nos planos de projecção do plano θ ortogonal à recta r .

Dados:

- os traços da recta r nos planos de projecção têm 2 cm de abcissa e -2 cm de abcissa, o traço horizontal e o traço frontal respectivamente;
- as projecções da recta r fazem ângulos de 80° (a.d.) e de 70° (a.e.) com o eixo, a projecção frontal e a projecção horizontal respectivamente.
- o plano θ contém o ponto P (2; 7; 5)

Exercício 13 – Tema: Paralelismo

Determine as projecções da recta r paralela ao plano α .

Dados:

- o plano α está definida por uma das suas rectas de maior inclinação - recta i ;
- a recta i está contida no β_{24} , intersecta o eixo x num ponto com 4 cm de abcissa e a sua projecção frontal faz um ângulo de 50° com o eixo x (a.e.);
- a recta r é paralela ao β_{13} e contém o ponto R (-2; 5; 4).



gd.elisiosilva.com

Exercício 14 – Tema: Perpendicularidade

Determine as projecções das rectas **r**, **s** e **t**, concorrentes entre si no ponto **P**.

Dados:

- a recta **r** passa pelo ponto **R** (2; 2; 2); a recta **s** passa pelo ponto **S** (-2; 7; 2); a recta **t** passa pelo ponto **T** (-4; 0; 4);
- as rectas são perpendiculares entre si;
- o ponto **P** tem maior cota do que os pontos **R** e **S**.

Exercício 15 – Tema: Projecções de poliedros

Represente as projecções de uma **pirâmide pentagonal regular**.

Dados:

- a base está contida no plano oblíquo α ;
- o plano α intersecta o eixo x num ponto com 4 cm de abcissa e os seus traços, nos planos de projecção, fazem ângulos de 45° (a.d.) e de 60° (a.d.), respectivamente, o traço frontal e o traço horizontal;
- o lado de maior cota do pentágono é horizontal e o vértice que lhe é oposto pertence ao plano horizontal de projecção;
- o vértice principal da pirâmide tem -4 cm de abcissa e pertence ao plano horizontal de projecção;
- a pirâmide tem 4 cm de altura.

Exercício 16 – Tema: Projecções de poliedros

Represente as projecções de um **cubo**, situado no 1° diedro.

Dados:

- **[AC]** é uma diagonal de uma das faces do cubo;
- **A** (4; 3; 2), **C** pertence ao plano frontal de projecção;
- uma das diagonais interna (espaciais) do cubo **[AG]** é vertical;
- o cubo tem 4 arestas de perfil.



gd.elisiosilva.com

Exercício 17 – Tema: Posição relativa de rectas

Determine as projecções de uma recta **n** de nível (horizontal) com 2 cm de cota e concorrente com as rectas de perfil **p** e **p'**, **sem recorrer a processos geométricos auxiliares** (rebatimentos; rotações; mudança do diedro de projecção).

Dados:

- a recta **p** contém os pontos **R** (0; 0; 0) e **S** (7;8);
- a recta **p'** contém os pontos **M** (-4; 6; 1) e **N** (-2; 7).

Exercício 18 – Tema: Esfera

Represente o **contorno aparente** de uma **esfera**, em ambas as projecções.

Dados:

- a superfície esférica está definida por 4 pontos: **A** (2; 4; 3), **B** (-1; 3; 3), **C** (-3; 7; 3) e **D** (1; 8; 8).

Exercício 19 – Tema: Secções Planas

Represente as projecções do sólido resultante da secção produzida num tetraedro pelo β_{13} .
Considere o **sólido compreendido entre o plano secante e o plano horizontal de projecção**.

Dados:

- **A** (6; 4; 7) é um dos 4 vértices do tetraedro;
- uma das faces está contida no plano horizontal de projecção;
- a aresta de menor afastamento é fronto-horizontal.



gd.elisiosilva.com

Sistema Axonométrico

Exercício 20 – Tema: Axonometrias

Construa uma representação axonométrica oblíqua da forma tridimensional representada em tamanho natural, em tripla projecção ortogonal, apresentada na figura.

Sistema axonométrico:

- militar (planométrica);
- o eixo axonométrico x faz um ângulo de 135° com o eixo axonométrico z ;
 Considera os eixos orientados em sentido directo: o eixo z , vertical, orientado positivamente de baixo para cima, e o eixo x ,
 orientado positivamente da direita para a esquerda.
- as projectantes fazem ângulos de 50° com o plano axonométrico.

Dados:

Forma tridimensional – visualizar em www.gd.elisiosilva.com

Exercício 21 – Tema: Axonometrias

Construa uma representação axonométrica ortogonal de um **prisma quadrangular regular**. O sólido fica situado no 1° triedro.

Identifique, a traço interrompido, as arestas invisíveis do sólido.

Dados

Sistema axonométrico: anisometria

- $x\hat{O}z=125^\circ$; $y\hat{O}z=115^\circ$

Prisma quadrangular regular:

- uma das bases está assente no plano xy ;
- uma das diagonais internas (espaciais) é perpendicular ao plano axonométrico e contém o vértice $A(3; 3; 0)$;
- as bases têm 5 cm de lado.



gd.elisiosilva.com

Exercício 22 – Tema: Axonometrias

Construa uma representação axonométrica ortogonal de uma forma tridimensional, composta por **duas pirâmides quadrangulares oblíquas**. O sólido fica situado no 1º triedro.

Identifique, a traço interrompido, as arestas invisíveis do sólido.

Dados

Sistema axonométrico: isometria

Dados das pirâmides:

- o segmento de recta **[MN]** é uma aresta lateral comum às duas pirâmides, **M(4; 1; 0)** e **N(4; 1; 8)**;
- o ponto **M** é o vértice principal de uma das pirâmides e um dos vértices da base da outra pirâmide;
- a aresta lateral **[MN]** é perpendicular às bases das pirâmides;
- ambas as bases têm 4 cm de lado;
- cada pirâmide tem uma face lateral paralela ao plano **xz**..
- a aresta de menor abcissa é uma das arestas de maior cota, do sólido composto.

Sistema Diédrico (Dupla projecção Ortogonal)**Exercício 23** – Tema: Intersecções, Paralelismo e Perpendicularidade

Represente as projecções do ponto **I** de intersecção da recta **r** com o plano **α**.

Dados:

- a recta **r** é paralela aos planos **θ** e **β13** e contém o ponto **P(-3; 7; 5)**;
- o plano **θ** está definido por três pontos: **A(-3; 5; 3)**, **B(-3; -3; 8)** e **C(6; -3; -4)**;
- o plano **α** é ortogonal à recta **r** e contém o ponto **A**.

Exercício 24 – Tema: Distâncias

Determine graficamente a verdadeira grandeza da distância do ponto **P** ao plano **α**.

Dados:

- ambos os traços, nos planos de projecção, do plano **α** fazem ângulos de 80º (a.d.) com o eixo **x**;
- o plano **α** intersecta o eixo **x** num ponto com abcissa nula;
- **P (4; 7; 9)**.



gd.elisiosilva.com

Exercício 25 – Tema: Secções Planas

Represente as projecções do sólido resultante da secção produzida numa esfera por um plano projectante frontal.

Considere o sólido mais próximo do plano horizontal e projecção.

Dados:

- os pontos **A** (2; 4; 8), **B** (-1; 3; 5) e **C** (8; 4) pertencem à circunferência de intersecção do plano secante com a superfície esférica;
- o centro da esfera tem 5 cm de cota.

Exercício 26 – Tema: Sombras de Sólidos

Represente as projecções de um **cone oblíquo** situado no 1º diedro, de acordo com os dados abaixo apresentados.

Utilizando a direcção luminosa convencional, determine a sombra própria do **cone** e a sua sombra real nos planos de projecção.

Dados

- a sombra do cone no plano horizontal de projecção é um círculo com 4 cm de raio e tem centro no ponto **C** (-4; -2; 0);
- a base do cone é tangente ao plano frontal de projecção e está contida num plano projectante frontal;
- uma, e só uma, geratriz do cone tem a direcção da luz;
- o vértice do cone pertence ao eixo x e tem abcissa superior à do ponto **C**.



gd.elisiosilva.com

Sistema Axonométrico

Exercício 27 – Tema: Sólidos compostos

Construa uma representação axonométrica ortogonal de uma forma tridimensional, composta por uma **pirâmide triangular** e por um **prisma triangular regular**. Todos os vértices têm coordenadas positivas.

Identifique, a traço interrompido, as arestas invisíveis do sólido.

Sistema axonométrico: isometria

Dados:

- uma das bases do prisma está contida no plano coordenado xy ;
- as faces laterais do prisma são quadrados;
- o segmento de recta **[MN]** é uma das arestas da base superior do prisma;
- **M** tem 6 cm de abcissa e pertence ao plano coordenado xz ; **N** tem 4 cm de afastamento;
- a base da pirâmide coincide com a base superior do prisma;
- uma das faces laterais da pirâmide, **[MNV]**, é equilátera e paralela ao plano axonométrico.

Exercício 28 – Tema: Sólidos compostos

Construa uma representação axonométrica oblíqua de uma forma tridimensional, composta por um **prisma quadrangular oblíquo** e por um **prisma triangular regular**.

Considere, no desenho final, **apenas** o traçado das arestas visíveis do sólido.

Sistema axonométrico:

- militar (planométrica);
- o eixo axonométrico **x** faz um ângulo de 125° com o eixo axonométrico **z**;
Considere os eixos orientados em sentido directo: o eixo **z**, vertical, orientado positivamente de baixo para cima, e o eixo **x**,
orientado positivamente da direita para a esquerda.
- as projectantes fazem ângulos de 50° com o plano axonométrico.

Dados:

- os pontos **R** (0; 8; 4) e **S** (4; 8; 4) são extremos de uma aresta lateral do prisma triangular;
- este prisma tem uma face lateral contida no plano coordenado xy ;
- as bases do prisma quadrangular têm 4 cm de lado e são horizontais;
- a aresta lateral de maior afastamento e de menor abcissa deste prisma pertence ao plano coordenado yz , faz um
ângulo de 60° com o plano coordenado xy e o ponto **R** é o seu ponto médio.
- a aresta de menor afastamento do sólido composto é paralela ao eixo x e tem cota nula.



gd.elisiosilva.com

Exercício 29 – Tema: Sólidos compostos

Represente a projecção axonométrica oblíqua de uma forma tridimensional, composta por dois **prismas quadrangulares**.

Considere, no desenho final, **apenas** o traçado das arestas visíveis do sólido.

Sistema axonométrico:

- cavaleira;
- o eixo axonométrico **x** faz um ângulo de 155° com o eixo axonométrico **z**;
 Considera os eixos orientados em sentido directo: o eixo **z**, vertical, orientado positivamente de baixo para cima, e o eixo **x**,
 orientado positivamente da direita para a esquerda.
- as projectantes fazem ângulos de 55° com o plano axonométrico.

Dados:

- um dos prismas é regular e tem uma face contida em cada um dos planos coordenados;
- **R** (3; 3; 7) é um vértice do prisma;
- o outro prisma é oblíquo e tem as bases de perfil (paralelas ao plano coordenado **yz**);
- o segmento de recta **[RS]** é uma das diagonais da base de menor abcissa;
- **S** (3; 0; 4);
- a diagonal interna (espacial) do prisma oblíquo que tem um dos extremos em **R** é projectante.

Exercício 30 – Tema: Sólidos compostos

Construa uma representação axonométrica ortogonal de uma forma tridimensional, composta por um **paralelepípedo rectângulo** e por um **prisma triangular recto**. Todos os vértices têm coordenadas positivas.

Considere, no desenho final, **apenas** o traçado das arestas visíveis do sólido.

Sistema axonométrico: isometria**Dados:**

- cada sólido tem uma face contida no plano coordenado **xy**;
- as bases do prisma triangular são triângulos rectângulos e estão contidas em planos de perfil;
- o paralelepípedo tem duas faces frontais;
- os pontos **D** (8; 4; 2) e **E** (0; 0; 2) são extremos de uma diagonal de uma das faces do paralelepípedo;
- os pontos **F** (3; 4; 2) e **G** (0; 10; 0) são extremos de uma diagonal de uma das faces do prisma.



gd.elisiosilva.com

Sistema Diédrico (Dupla projecção Ortogonal)

Exercício 31 – Tema: Paralelismo

Determine os traços dos planos α e β , paralelos entre si.

Dados:

- o plano α contém a recta p definida pelos pontos **A** (0; -7; 7) e **B** (0; 6; -2);
- o plano β contém os pontos **R**(0; 2; -2) e **S** (-5; -3; 3).

Exercício 32 – Tema: Distâncias

Determine graficamente a verdadeira grandeza da distância entre os pontos **R** e **S**, situados no 1º diedro.

Dados:

- o ponto **R** resulta da intersecção de três planos - θ , α e β .
- o ponto **S** tem 9 cm de afastamento e abcissa igual à do ponto **R**.
- o plano θ é horizontal e tem 3 cm de cota;
- o plano α é de topo, intersecta o eixo x num ponto com 3 cm de abcissa e faz um diedro de 45° (a.d.) com o plano horizontal de projecção.
- o plano β está definido pelo seu traço frontal e pelo ponto **A** (-6;-5; 5). O traço frontal intersecta o eixo x num ponto com 1 cm de abcissa e faz com este eixo um ângulo de 45° (a.d.);
- os pontos **R** e **S** são simétricos em relação a um plano de rampa que forma um diedro de 45° com o plano horizontal de projecção.

Exercício 33 – Tema: Poliedros

Represente as projecções de uma pirâmide triangular regular.

Dados:

- a base está contida num plano oblíquo ortogonal ao β_1 ;
- este plano intersecta o eixo x num ponto com 4 cm de abcissa e o seu traço horizontal faz um ângulo de 45° (a.d.) com este eixo;
- um dos vértices da base, o de maior cota, pertence ao plano frontal de projecção;
- as arestas laterais formam ângulos de 70° com o plano da base;
- **V** (4; 7; 8) é o vértice principal da pirâmide.



gd.elisiosilva.com

Exercício 34 – Tema: Poliedros

Represente, em dupla projecção ortogonal, as projecções de uma pirâmide triangular oblíqua de base regular.

Dados:

- a base está contida num plano que faz ângulos iguais com os três planos de projecção (xy , xz e yz);
- a circunferência circunscrita à base tem 3,5 cm de raio, o seu centro tem 4 cm de abcissa e este dista o mesmo em relação ao três planos de projecção (xy , xz e yz).
- cada uma das arestas da base é ortogonal um dos eixos (x , y e z);
- a base é visível nas três projecções;
- $V(0; 1; 0)$

Exercício 35 – Tema: Distâncias

Determine, em dupla projecção ortogonal, as projecções do ponto **P**, sabendo que este dista 5 cm dos pontos **A** e **B**. Represente, também, as projecções dos segmentos de recta **[AP]** e **[BP]**.

Dados:

- **A** (4; 3; 5); **B** (-2; 2; -2);
- o ponto **P** situa-se no 1º diedro e tem 3 cm de cota.

Exercício 36 – Tema: Ângulos

Determine, em dupla projecção ortogonal, as projecções da recta **r**, sabendo que esta faz um ângulo de 60° com o plano α .

Dados:

- o plano α intersecta o eixo x num ponto com 4 cm de abcissa e os seus traços fazem ângulos de 30° (a.d.) e de 45° (a.d.) com este eixo, respectivamente o traço frontal e o traço horizontal.
- a recta **r** contém os pontos **R** (2;6;6) e **S**;
- o ponto **S** situa-se no 1º diedro, tem 2,5 de cota e pertence ao plano α .

Exercício 37 – Tema: Projecção de Poliedros

Represente, em dupla projecção ortogonal, um **cu**bo com duas faces de rampa e situado no 1º diedro.

Dados:

- o triângulo equilátero **[ABC]** é horizontal e os seus lados são diagonais de faces do cubo;
- **A** (3; 3; 4) e **B** tem -3 cm de abcissa;
- a diagonal **[AB]** pertence a uma das faces de rampa;
- existe apenas um vértice de cota inferior ao triângulo **[ABC]**.